

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, 2] \longrightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = x^3 .$$

- Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die x -Achse rotiert.
- Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die y -Achse rotiert.
- Man berechne die Mantel- und Oberfläche des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die x -Achse rotiert.
- Man zeichne die Mantelflächen der Rotationskörper aus a) und b).

Bemerkung: Die Integrale sollen elementar, d.h. ohne Formelsammlung gelöst werden.

Aufgabe 22:

- Man berechne die Bogenlänge der Schraubenlinien $\mathbf{c}_k : [0, k\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $k \in \mathbb{N}$ mit

$$\mathbf{c}_k(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ t/k \end{pmatrix}$$

und zeichne \mathbf{c}_8 .

- Man berechne den Flächeninhalt der von der Asteroide

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} \cos^3 t \\ \sin^3 t \end{pmatrix}$$

umschlossen wird.

Aufgabe 23:

Durch

$$r(\varphi) = 1/\varphi$$

ist eine hyperbolische Spirale in Polarkoordinaten gegeben.

- a) Man zeichne die Kurve.
- b) Man berechne den Tangentenvektor der Kurve für $\varphi = 2k\pi$ mit $k \in \mathbb{N}$.
- c) Man berechne die von der Spirale für $\varphi \in [2k\pi, (2k+2)\pi]$ überstrichene Fläche mit $k \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 24:

Gegeben sei ein Draht mit der Dichtefunktion $\rho(x, y) = x + y$. Die Form des Drahtes wird beschrieben durch die Kurve $\mathbf{c} : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}^2$, mit

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}.$$

Man zeichne die Form des Drahtes, berechne seine Gesamtmasse, bestimme seinen Schwerpunkt und ermittle sein Trägheitsmoment bzgl. der x -Achse.

Abgabetermin: 29.6. - 3.7. (zu Beginn der Übung)