

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7

Aufgabe 25: (aus dem Vordiplom Analysis II, WS07/08)

Gegeben sei die Funktion $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = -(x - 1)^2$.

- a) Man skizziere die 2-periodische direkte Fortsetzung der Funktion f .
- b) Man berechne die Fourier-Reihe dieser 2-periodischen Fortsetzung von f .

- c) Man zeige mit Hilfe von b) die Identität
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

Aufgabe 26:

Gegeben sei die 2π -periodische direkte Fortsetzung der Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} -\sin x & , \quad -\pi \leq x \leq 0 \\ 0 & , \quad 0 \leq x \leq \pi \end{cases}.$$

- a) Man zeichne die direkte Fortsetzung im Intervall $[-\pi, 4\pi]$.
- b) Man berechne die zugehörige Fourier-Reihe.
- c) Man zeichne die Partialsummen $S_0(x), \dots, S_3(x)$ der berechneten Fourierreihe.
- d) Mit Hilfe von b) zeige man die Identität

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2}.$$

Aufgabe 27:

Gegeben sei die Funktion $f : [0, \pi[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x$.

- a) Man zeichne die gerade (2π -periodische) Fortsetzung der Funktion im Intervall $[-3\pi, 5\pi]$.
- b) Man berechne die komplexe Fourier-Reihe dieser geraden Fortsetzung.
- c) Man gebe die reellen Fourier-Koeffizienten dieser Fourier-Reihe an.
- d) Man zeichne die Partialsummen $S_0(x), \dots, S_4(x)$ der berechneten Fourier-Reihe.

Aufgabe 28:

- a) Man gebe die reellen Fourier-Koeffizienten der 2 -periodischen direkten Fortsetzung für folgende Funktionen an:
 - (i) $g_1 : [0, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $g_1(x) = -2(x - 1)$,
 - (ii) $g_2 : [0, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $g_2(x) = x - 1$,
 - (iii) $g_3 : [-1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $g_3(x) = x$.

Dabei verwende man das Ergebnis aus Aufgabe 25 und die Rechenregeln über Fourier-Reihen für die Ableitung, Linearität und Verschiebung.

- b) Man bestimme die Fourier-Koeffizienten der folgenden 2π -periodischen Funktionen:
 - (i) $\cos^3(2x)$,
 - (ii) $\sin(2x) \sin(3x)$.

Tipp: Die Theoreme für trigonometrische Funktionen führen hier zu Vereinfachungen.

Abgabetermin: 13.7. - 17.7. (zu Beginn der Übung)

Studentische Hilfskräfte gesucht

Wofür: Vorkurs Mathematik, 5.10.-16.10.09

Aufwand: 10 (Tage) x 3 Stunden = 30 Stunden

Voraussetzung: Klausur Mathematik I abgeschlossen

Bewerbung per email: rothe@math.uni-hamburg.de