

**Bemerkung:**

Alle Integrale müssen mit Hilfe der bekannten Rechenregeln, Verfahren und unter Verwendung der elementar bekannten Stammfunktionen gelöst werden, d.h. die Lösung darf nicht aus einer Formelsammlung zitiert werden.

**Aufgabe 1:**

- a) Man bestimme den Konvergenzradius und das Konvergenzintervall der folgenden Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7^n}{n+1} \left( \frac{x-1}{2} \right)^n$$

und untersuche das Konvergenzverhalten in den Randpunkten des Konvergenzintervalls (mit Begründung).

- b) Durch Substitution berechne man  $\int_0^1 2x\sqrt{x^2+1} dx$ .

- c) Man untersuche das uneigentliche Integral

$$\int_1^2 \frac{1}{x-1} dx$$

auf Konvergenz (mit Begründung).

- d) Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von  $f(x) = (x-1)^2$  mit  $1 \leq x \leq 2$  um die  $x$ -Achse rotiert und skizziere den Rotationskörper.

**Aufgabe 2:**

- a) Man berechne das Integral

$$\int \frac{1}{e^{2x} + e^x} dx$$

unter Verwendung der Partialbruchzerlegungsmethode.

- b) Gegeben sei die Funktion  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x(1-x)$ .

- (i) Man skizziere die 2-periodische ungerade Fortsetzung der Funktion  $f$  im Intervall  $[-3, 3]$ .
- (ii) Man berechne die Fourier-Reihe dieser 2-periodischen Fortsetzung von  $f$ .