

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, \pi/2] \longrightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = \sin x .$$

- Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die x - Achse rotiert.
- Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die y - Achse rotiert.
- Man berechne die Mantelfläche des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die x - Achse rotiert.
- Man zeichne die Mantelflächen der Rotationskörper aus a) und b).

Bemerkung: Die Integrale sollen elementar, d.h. ohne Formelsammlung gelöst werden.

Aufgabe 22:

- Man berechne die Bogenlänge der Kurve $\mathbf{c} : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix} .$$

Man zeichne die Kurve.

- Man berechne den Flächeninhalt der von der gewöhnlichen Hypozykloide

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} 8 \cos t + \cos(8t) \\ 8 \sin t - \sin(8t) \end{pmatrix}$$

umschlossenen Fläche. Man zeichne die Kurve.

Aufgabe 23:

Durch

$$r(\varphi) = \sqrt{1 + \sin(7\varphi)}$$

ist eine siebenblättrige Kurve in Polarkoordinaten gegeben.

- a) Man zeichne die Kurve.
- b) Man berechne alle Tangentenvektoren, für die $r(\varphi)$ maximal wird.
- c) Man berechne die überstrichene Fläche.

Aufgabe 24: (Klausuraufgabe aus Analysis II vom 08.09.2009)

Gegeben sei ein Draht mit der Dichtefunktion $\rho(x, y) = \sin\left(\frac{(x+y)\pi}{14}\right)$.

Die Form des Drahtes werde beschrieben durch die Kurve

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} 3t \\ 4t \end{pmatrix} \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 1.$$

Man zeichne die Form des Drahtes, berechne seine Gesamtmasse, bestimme seinen Schwerpunkt und ermittle sein Trägheitsmoment bzgl. der y -Achse.

Abgabetermin: 24.6. - 28.6. (zu Beginn der Übung)