

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7

Aufgabe 25:

Gegeben sei die Funktion $f : [-1/2, 1/2] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = 1 - 2|x|$.

- Man zeichne die 1-periodische direkte Fortsetzung der Funktion f .
- Man berechne die Fourier-Reihe dieser 1-periodischen Fortsetzung.
- Man zeichne die Partialsummen $S_0(x), \dots, S_5(x)$ der berechneten Fourierreihe.

- d) Man zeige mit Hilfe von b) die Identität
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}.$$

Aufgabe 26:

Gegeben sei die 4π -periodische direkte Fortsetzung der Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad -2\pi \leq x \leq 0 \quad , \\ (x - \pi)^2 - \pi^2 & , \quad 0 \leq x \leq 2\pi \quad . \end{cases}$$

- Man zeichne die 4π -periodische direkte Fortsetzung der Funktion im Intervall $[-4\pi, 6\pi]$.
- Man berechne die zugehörige Fourier-Reihe.
- Man zeichne die Partialsummen $S_0(x), \dots, S_3(x)$ der berechneten Fourierreihe.

- d) Mit Hilfe von b) zeige man die Identität
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

Aufgabe 27:

Gegeben sei die Funktion $f : [0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^x$.

- a) Man zeichne die ungerade (2-periodische) Fortsetzung der Funktion f im Intervall $[-2, 2]$.
- b) Man berechne die komplexe Fourier-Reihe dieser ungeraden Fortsetzung.
- c) Man gebe die reellen Fourier-Koeffizienten der Reihe aus b) an und
- d) Man zeichne f , sowie die Partialsummen $S_{2m-1}(x)$ für $m = 1, \dots, 7$ der berechneten Fourier-Reihe im Intervall $[-1, 1]$.
- e) Gegen welchen Wert konvergiert die Fourierreihe im Punkt $x = 0$?

Aufgabe 28:

- a) Man bestimme mit Hilfe des Fourierreihenansatzes

$$y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)$$

eine Lösung der Differentialgleichung $y''(x) + y(x) = -9 \cos(2x) - 15 \sin(2x)$.

- b) Man bestimme die Fourier-Koeffizienten der folgenden 2π -periodischen Funktionen:
 - (i) $6 \cos(5x) \cos(3x)$,
 - (ii) $\sin(x) + 4 \sin(5x) \cos(4x) + 7 \cos(6x)$.

Tipp: Die Theoreme für trigonometrische Funktionen führen hier zu Vereinfachungen.

Abgabetermin: 8.7. - 12.7. (zu Beginn der Übung)

Studentische Hilfskräfte gesucht

Wofür: Vorkurs Mathematik, 1.10.-11.10.13

Voraussetzung: Klausur Mathematik I abgeschlossen

Bewerbung per email: rothe@math.uni-hamburg.de