Buch Kap. 2.14 – Rotationskörper

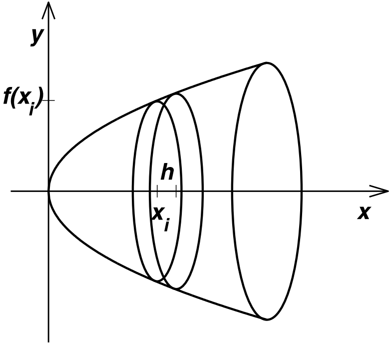

Abb. 2.61: Rotationskörper, durch $f(x)$ erzeugt

Buch Kap. 2.14 – Rotationskörper, Volumen

Das Volumen des von der Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}_0^+$ erzeugten Rotationskörpers wird durch

$$V := \pi \int_a^b f^2(x)\, dx$$

erklärt.

Buch Kap. 2.14 – Rotationskörper, Mantelfläche

Die Oberfläche des von Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}_0^+$ erzeugten Rotationskörpers lässt sich durch

$$F := 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$$

berechnen.

Buch Kap. 2.12, 5.3 – Kurven im $\mathbb{R}^n$

Definition 2.30 (vergl. Def. 5.13):(Kurve im $\mathbb{R}^n$) Sei $G \subset \mathbb{R}^n$ und $[a, b] \subset \mathbb{R}$ ein abgeschlossenes Intervall.

Jede Abbildung

$$\mathbf{x} : [a, b] \to G, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} =: (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

mit stetig differenzierbaren Funktionen $x_i : [a, b] \to \mathbb{R}$ $(i = 1, \dots, n)$ heißt Kurvenstück in G mit dem Anfangspunkt $\mathbf{x}(a) = (x_1(a), x_2(a), \dots, x_n(a))^T$, dem Endpunkt $\mathbf{x}(b) = (x_1(b), x_2(b), \dots, x_n(b))^T$ und der Spur $\{\mathbf{x}(t) \mid a \le t \le b\}$.

Buch Kap. 2.12, 5.3 – Kurven im $\mathbb{R}^n$

Fortsetzung Definition 2.30: Ein Kurvenstück heißt regulär, falls $x_1'(t)^2 + x_2'(t)^2 + \ldots x_n'(t)^2 \neq 0$ für alle $t \in [a, b]$ gilt.

$$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))^T$$

heißt Parameterdarstellung des Kurvenstückes mit dem Parameter t.

Eine Aneinanderreihung von Kurvenstücken K_i, $i = 1, \ldots, r$, wobei der Anfangspunkt von K_i jeweils mit dem Endpunkt von K_{i-1}, $i = 2, \ldots, r$, übereinstimmt, heißt Kurve. Ist nur ein Kurvenstück vorhanden, wird es i. Allg. auch als Kurve bezeichnet. Dann schreiben wir (vergl. Def. 5.13)

$$\gamma(t) \equiv \mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))^T$$

Buch Kap. 5.3 – Kurven im $\mathbb{R}^n$

Defintion 5.15: (Tangentenvektor) Sei $\gamma : [t_a, t_e] \to \mathbb{R}^n$ eine reguläre Kurve (d.h. $\|\dot\gamma(t)\| > 0$ für alle $t \in [t_a, t_e]$). Mit

$$\boldsymbol{t}(t) = \frac{\dot\gamma(t)}{\|\dot\gamma(t)\|} \text{ für } t \in [t_a, t_e]$$

bezeichnen wir den Tangentenvektor an die Kurve γ.

Die Gleichung der Kurventangente in $\gamma(t_0)$ lautet

$$\mathbf{x}(\lambda) = \gamma(t_0) + \lambda \boldsymbol{t}(t) \qquad (\lambda \in \mathbb{R}) .$$

Buch Kap. 7.4 – Skalare Kurvenintegrale

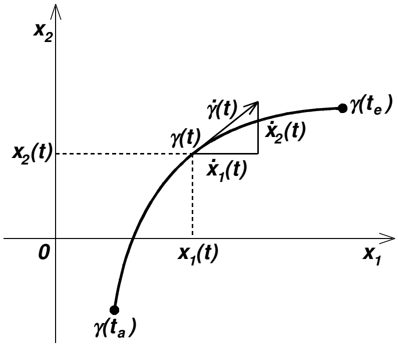

Abbildung 7.2: Bezeichnungen bei Kurven γ im $\mathbb{R}^2$

Buch Kap. 7.4 – Skalare Kurvenintegrale

Defintion 7.6 (Bogenelement einer Kurve im $\mathbb{R}^n$)

Sei $\gamma(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))^T,\ t \in [t_a, t_e]$ eine Kurve im $\mathbb{R}^n$. Dann bezeichnen wir mit

$$ds = \sqrt{\dot{x}_1^2(t) + \dot{x}_2^2(t) + \cdots + \dot{x}_n^2(t)}\, dt =: \|\dot{\gamma}(t)\|\, dt$$

das Bogenelement der Kurve (an der Stelle $\gamma(t)$).