Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2017**
Prof. Dr. J. Behrens
Dr. K. Rothe

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7

Aufgabe 25:

Gegeben sei die Funktion $f \ : \ [-1/2, 1/2] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 1 - 2|x|$.

a) Man zeichne die 1-periodische direkte Fortsetzung der Funktion f .

b) Man berechne die Fourier-Reihe dieser 1-periodischen Fortsetzung.

c) Man zeichne die Partialsummen $S_0(x), \ldots, S_5(x)$ der berechneten Fourierreihe.

d) Man zeige mit Hilfe von b) die Identität $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

Aufgabe 26:

Gegeben sei die 4π-periodische direkte Fortsetzung der Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad -2\pi \le x \le 0 \quad , \\ (x-\pi)^2 - \pi^2 & , \quad 0 \le x \le 2\pi \quad . \end{cases}$$

a) Man zeichne die 4π-periodische direkte Fortsetzung der Funktion im Intervall $[-4\pi, 6\pi]$.

b) Man berechne die zugehörige Fourier-Reihe.

c) Man zeichne die Partialsummen $S_0(x), \ldots, S_3(x)$ der berechneten Fourierreihe.

d) Mit Hilfe von b) zeige man die Identität $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

Aufgabe 27:

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , \quad 0 \leq x < 1\,, \\ 0 & , \quad 1 \leq x < 4 \end{cases}$$

a) Man zeichne die 4-periodische Fortsetzung der Funktion f im Intervall $[-4.5, 5.5]$.

b) Man berechne die komplexe Fourier-Reihe der 4-periodischen Fortsetzung von f.

c) Man gebe die reellen Fourier-Koeffizienten dieser Fourier-Reihe an.

d) Man zeichne die Partialsumme $S_{40}(x)$ der berechneten Fourier-Reihe.

Aufgabe 28:

a) Man bestimme mit Hilfe des Fourierreihenansatzes

$$y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)$$

eine Lösung der Differentialgleichung $y''(x) + y(x) = -9\cos(2x) - 15\sin(2x)$.

b) Man bestimme die Fourier-Koeffizienten der folgenden 2π-periodischen Funktionen:

(i) $6\cos(5x)\cos(3x)$,

(ii) $\sin(x) + 4\sin(5x)\cos(4x) + 7\cos(6x)$.

Tipp: Die Theoreme für trigonometrische Funktionen führen hier zu Vereinfachungen.

Abgabetermin: 10.7.-14.7.17 (zu Beginn der Übung)