Hinweis: Alle Integrale sind elementar zu berechnen. Stammfunktionen aus Formelsammlungen etc. dürfen nicht verwendet werden.

Aufgabe 1) [4+ 6]

a) Gegeben seien die Kurve (Schraubenlinie)

$$c : [0, 3\pi] \to \mathbb{R}^3\,, \qquad c : t \longmapsto \left(3\cos(t)\,, 3\sin(t)\,, 4t\,\right)^T$$

und die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $\quad f(x, y, z) = (x^2 + y^2) \cdot \left(\frac{z}{3}\right)^2$.

Berechnen Sie das Kurvenintegral von f längs c .

b) Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, 6] \to \mathbb{R}\,, \qquad f(t) = 3 - t\,.$$

Berechnen Sie die reellen Fourier–Koeffizienten der 12–periodischen, geraden Fortsetzung von f .

Aufgabe 2) (4+3+3 Punkte)

a) Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^{\pi/2} \left(2\sin(x) + 3\sqrt{\sin(x)}\right) \cdot \cos(x)\, dx\,.$$

b) Untersuchen Sie das folgende uneigentliche Integral auf Existenz

$$\int_2^{\infty} \frac{x^2 + x}{x^4 + x^3 + 1}\, dx\,.$$

c) Gegeben ist die Funktion

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{6x - 6\sin(x)}{x^3}, & x \neq 0\,, \\ 1 & x = 0\,. \end{cases}$$

Geben Sie das Taylorpolynom zweiten Grades $T_2(x; 0)$ von g zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ an, ohne Ableitungen zu berechnen.

Tipp: Potenzreihe!