

## Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 4

#### Aufgabe 13:

Für die Stützstellen  $x_i$  und sind nur die Funktionswerte  $f_i$  bekannt

$x_i$	-2	-1	0	2	3
$f_i$	-18	0	12	-30	-48

- Man gebe die Lagrange-Darstellung des Polynoms  $p_4$  an, das die obigen Daten interpoliert.
- Man zeichne  $p_4$ .
- Man gebe das Gleichungssystem an, das  $p_4$  in der Darstellung  $p_4(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$  aufgrund der obigen Interpolationsdaten erfüllen muss.

#### Aufgabe 14:

- Das (quadratische) Polynom  $p_{2,2}$  interpoliere die Stützpunkte  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$  und  $p_{3,2}$  interpoliere  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ . Man rechne durch einsetzen nach, dass

$$p_{3,3}(x) = p_{3,2}(x) + \frac{x - x_3}{x_0 - x_3} (p_{2,2}(x) - p_{3,2}(x))$$

die Stützpunkte  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$  interpoliert.

- Von der Funktion  $f(x) = e^x = \exp(x)$  seien nur die Stützstellen

$x_k$	-2	-1	0	1
$\exp(x_k)$	0.135	0.367	1	2.718

bekannt.

- Für das Interpolationspolynom dritten Grades  $p$  berechne man  $p(-0.5)$  als Näherungswert für  $\exp(-0.5)$  mit Hilfe des Schemas von Neville-Aitken.
- Wie groß ist der Fehler höchstens und wie groß mindestens?
- Man berechne  $p(-0.5)$  mit einem Matlab-Programm nach dem Schema von Neville-Aitken.

**Aufgabe 15:**

- a) Von der Funktion  $\cos(x)$  erinnert man nur die Stützstellen

$x_i$	$-\pi/2$	$0$	$\pi/2$
$\cos x_i$	$0$	$1$	$0$

Man berechne das zugehörige Interpolationspolynom  $p_2(x)$ .

- b) Man berechne  $p_2(\pi/5)$  als Näherungswert für  $\cos(\pi/5)$ . Wie groß ist der Fehler höchstens? (Man berechne zum Vergleich den tatsächlichen Fehler.)
- c) Man zeichne  $\cos(x)$  und  $p_2(x)$  im Intervall  $[-\pi/2, \pi/2]$ .
- d) Nun erinnert man sich noch, dass  $\cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$  gilt. Mit dieser Information führe man a) bis c) bzgl.  $p_3(x)$  durch.
- e) Man schreibe ein Matlab-Programm zur Koeffizientenberechnung eines Newtonschen Interpolationspolynoms und teste dies am obigen Beispiel.

**Aufgabe 16:**

- a) Man berechne zur Funktion  $f(x) = x^3$  den natürlichen kubischen Interpolationsspline  $s(x)$  zu den Stützstellen  $x_j = j$  für  $j = 0, 1, 2, 3$ .
- b) Man zeichne die Funktionsgraphen von  $s(x)$  und  $f(x)$ .
- c) Warum kann  $s(x)$  nicht mit  $f(x)$  übereinstimmen?
- d) Man zeichne  $s(x)$  unter Verwendung der Matlab-Routinen 'spline', 'linspace', 'ppval' und 'plot'.

**Abgabetermin:** 20.5. - 24.5.19 (zu Beginn der Übung)