

## Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 7

#### Aufgabe 25:

Gegeben sei die Funktion  $f : [-1/2, 1/2] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = 1 - 2|x|$ .

- Man zeichne die 1-periodische direkte Fortsetzung der Funktion  $f$ .
- Man berechne die Fourier-Reihe dieser 1-periodischen Fortsetzung.
- Man zeichne die Partialsummen  $S_0(x), \dots, S_5(x)$  der berechneten Fourierreihe.
- Man zeige mit Hilfe von b) die Identität 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}.$$

#### Aufgabe 26:

Gegeben sei die  $4\pi$ -periodische direkte Fortsetzung der Funktion  $f$  mit

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad -2\pi \leq x \leq 0 \quad , \\ (x - \pi)^2 - \pi^2 & , \quad 0 \leq x \leq 2\pi \quad . \end{cases}$$

- Man zeichne die  $4\pi$ -periodische direkte Fortsetzung der Funktion im Intervall  $[-4\pi, 6\pi]$ .
- Man berechne die zugehörige Fourier-Reihe.
- Man zeichne die Partialsummen  $S_0(x), \dots, S_3(x)$  der berechneten Fourierreihe.
- Mit Hilfe von b) zeige man die Identität 
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

**Aufgabe 27:**

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , \quad 0 \leq x < 1, \\ 0 & , \quad 1 \leq x < 4 \end{cases}$$

- Man zeichne die 4-periodische Fortsetzung der Funktion  $f$  im Intervall  $[-4.5, 5.5]$ .
- Man berechne die komplexe Fourier-Reihe der 4-periodischen Fortsetzung von  $f$ .
- Man gebe die reellen Fourier-Koeffizienten dieser Fourier-Reihe an.
- Man zeichne die Partialsumme  $S_{40}(x)$  der berechneten Fourier-Reihe.

**Aufgabe 28:**

Von der Funktion  $\cos(x)$  erinnert man nur die Stützstellen

$x_i$	$-\pi/2$	$0$	$\pi/2$
$\cos(x_i)$	$0$	$1$	$0$

- Man gebe die Lagrange-Darstellung des Interpolationspolynoms  $p_2(x)$  an.
- Man berechne die Newtonsche Darstellung von  $p_2(x)$  mit Hilfe des Schemas der dividierten Differenzen.
- Man berechne  $p_2(\pi/5)$  als Näherungswert für  $\cos(\pi/5)$  sowie den Fehler  $|\cos(\pi/5) - p_2(\pi/5)|$  und zeichne  $\cos(x)$  und  $p_2(x)$  im Intervall  $[-\pi/2, \pi/2]$ .
- Nun erinnert man sich noch, dass  $\cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$  gilt. Mit dieser Information berechne man  $p_3(x)$  und  $p_3(\pi/5)$  als Näherungswert für  $\cos(\pi/5)$  sowie den Fehler  $|\cos(\pi/5) - p_3(\pi/5)|$  und zeichne  $\cos(x)$  und  $p_3(x)$  im Intervall  $[-\pi/2, \pi/2]$ .

**Besprechungstermine:** 7.7. - 9.7.21