

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Man berechne die Kurvenintegrale (2. Art)

a) für das Vektorfeld $\mathbf{f}(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 + y \\ xy \end{pmatrix}$ längs der Gerade vom Ursprung zum Punkt $P = (1, 1)$,

b) für das Vektorfeld $\mathbf{f}(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} -y \\ x \\ z \end{pmatrix}$ längs der Kurve $\mathbf{c}(t) = (\cos t, \sin t, t)^T$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Aufgabe 22:

Für folgende Vektorfelder

a) $\mathbf{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} yz \sin(xyz) \\ xz \sin(xyz) \\ xy \sin(xyz) \end{pmatrix}$, b) $\mathbf{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \frac{1}{y} - \frac{z}{x^2} \\ \frac{1}{z} - \frac{x}{y^2} \\ \frac{1}{x} - \frac{y}{z^2} \end{pmatrix}$

kläre man, ob es ein Potential gibt und berechne es gegebenenfalls. Man berechne $\oint_{\mathbf{c}} \mathbf{f} d\mathbf{x}$ längs des Einheitskreises \mathbf{c} in der xy -Ebene, falls dies möglich ist.

Aufgabe 23:

Man berechne den Schwerpunkt von M bei homogener Dichte ρ :

$$M = \left\{ (x, y, z) \mid z \geq 0 \wedge x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 1 \right\}.$$

Aufgabe 24:

Man integriere mit Hilfe des Transformationssatzes

$$f(x, y, z) := \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$$

über die Einheitskugel und über das im positiven Oktanten $x, y, z \geq 0$ liegende Achtel der Einheitskugel!

Abgabetermin: 18.1. - 22.1. (zu Beginn der Übung)