

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Man untersuche die durch die Niveaumenge

$$f(x, y) := x^3 + y^3 - xy = 0$$

implizit gegebene Kurve. Im Einzelnen sind gesucht

- die Symmetrien der Kurve,
- die Kurvenpunkte mit horizontaler und
- vertikaler Tangente,
- die singulären Punkte der Kurve mit Klassifikation und
- eine Zeichnung der Niveaumenge.

Aufgabe 14:

Gegeben sei die Funktion $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$h(x, y, z) = z^2 + y^2 - x^2 + 4z - 2x + 3.$$

- Man überprüfe, ob die Niveaumenge $h(x, y, z) = c$, die durch den Punkt $(-1, 1, -2)$ festgelegt wird, in der Umgebung dieses Punktes eine glatte Fläche bildet.
- Man löse obige Gleichung gegebenenfalls nach einer der Variablen auf, um die Fläche explizit anzugeben.
- Man gebe im Punkt $(-1, 1, -2)$ die Tangentialebene bezüglich der Fläche aus a) in Parameterform an.
- Man zeichne die Fläche mit Tangentialebene.

Aufgabe 15:

Man berechne und klassifiziere die Extremwerte der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = 4x^2 + y^2$ auf dem Kreis $x^2 + y^2 - 2x = 3$

- a) unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel und
- b) über Polarkoordinatenparametrisierung \mathbf{c} des Kreises und anschließendes Lösen der Extremalaufgabe $h(t) := f(\mathbf{c}(t))$.

Aufgabe 16:

Für die Funktion $f(x, y, z) = z^2$ berechne und klassifiziere man die Extrema auf dem Schnitt des Zylinders $x^2 + y^2 = 9$ mit der Ebene $y = z$ unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel.

Abgabetermin: 5.12. - 9.12. (zu Beginn der Übung)