Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2012/13**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung für die Funktionen:

$f(x, y, z) := xyz \sin(x + y + z), \qquad g(x, y, z) := \frac{\cos^2(x) e^y}{z}$.

b) Die *Tangentialebene* an den Graphen einer differenzierbaren Funktion $f : D_f \longrightarrow \mathbb{R}$ im Punkt $(x^0, y^0) \in D_f \subset \mathbb{R}^2$ ist gegeben durch

$$z = f(x^0, y^0) + f_x(x^0, y^0)\,(x - x^0) + f_y(x^0, y^0)\,(y - y^0)\,.$$

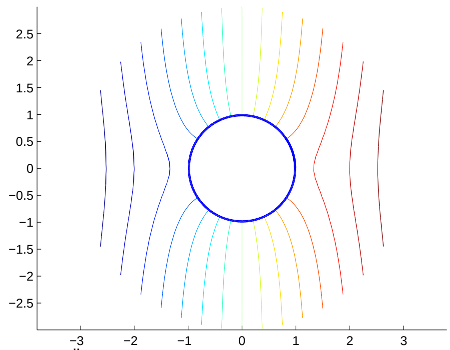
Bestimmen Sie die Tangentialebene von $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^2 + y^2$ im Punkt $(x^0, y^0) = (-1, 1)$. Plotten Sie im Bereich $[-2, 2] \times [-2, 2]$ das Flächenstück, welches durch $z = f(x, y)$ gegeben ist, und die Tangentialebene.

Aufgabe 2:

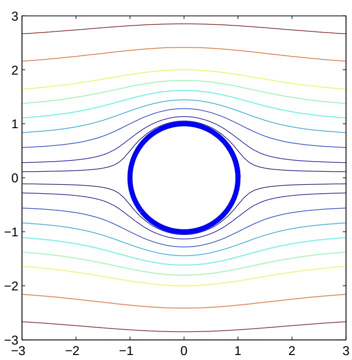
In einem unendlich ausgedehnten elektrischen Leiter existiere die Bohrung $(x, y, z)^T : x^2 + y^2 \leq R^2$. Eine Spannungsquelle bewirke außerhalb der Bohrung das elektrische Potential

$$\Phi(x, y, z) := -E_0 \left(x + \frac{x}{x^2 + y^2} R^2 \right).$$

Für die elektrische Stromdichte $\boldsymbol{J}$ gilt dann innerhalb der Bohrung $\boldsymbol{J} = 0$ und außerhalb der Bohrung
$\boldsymbol{J} = \kappa \boldsymbol{E}, \qquad \boldsymbol{E} = -\nabla \Phi,$
κ = spezifische Leitfähigkeit des Leiters.
Berechnen Sie die Stromdichte $\boldsymbol{J}$ und die Quelldichte
$\operatorname{div} \boldsymbol{J} := (J_1)_x + (J_2)_y + (J_3)_z$.



Äquipotentiallinien um eine Kreisbohrung



Umströmung einer Kreisbohrung

Abgabetermine: 22.10.-26.10.2012