

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 3, Hausaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y, z) = 2 + xz + y^2 + e^x y^2 \cos(z).$$

- a) Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades von f mit dem Entwicklungspunkt $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T := (0, 1, \pi)^T$.
- b) Zeigen Sie, dass für den Betrag des Restglieds $R_2(x, y, z) = f(x, y, z) - T_2(x, y, z)$ folgende Abschätzung gilt:

$$|R_2(x, y, z)| \leq 0.02 \quad \forall \mathbf{x} = (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|_\infty \leq 0.1.$$

Aufgabe 2:

- a) Bestimmen Sie eine Näherung für ein lokales Minimum der Funktion

$$f : \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right] \times \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x, y) = 8 \cos(x + y) + \sin(x - y) + 12xy + 11x^2 + 8y^2,$$

indem Sie ein Minimum des Taylorpolynoms zweiten Grades T_2 von f mit dem Entwicklungspunkt $(x_0, y_0)^T = (0, 0)^T$ berechnen.

Sie brauchen für diese Aufgabe keine einzige Ableitung von f zu berechnen. Benutzen Sie die Taylorreihen von Cosinus und Sinus.

- b) Zeigen Sie mit Hilfe von Teil a), dass der minimale Wert von f auf dem dort angegebenen Definitionsbereich nicht kleiner als 7.5 sein kann.

Bearbeitungstermine: 19.11.-23.11.2010