

## Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 4, Präsenzaufgaben

**Aufgabe 1:** (Klausur 2005, Prof. Oberle)

- a) Zeigen Sie, dass  $(x, y) = (0, 0)^T$  ein singulärer Punkt der implizit definierten Kurve

$$(x^2 + 4y^2)^2 + x^2 - 4y^2 = 0$$

ist und stellen Sie fest, ob dies ein isolierter Punkt, ein Rückkehrpunkt oder ein Doppelpunkt ist.

- b) Zeigen Sie, dass es keine weiteren singulären Punkte gibt.

**Aufgabe 2:**

- a) Zeigen Sie, dass durch die Lösungsmenge des Gleichungssystems

$$F(x, y, z) := \begin{pmatrix} \frac{x^2 - 5}{4} + y \cos(x - 1) + xyz \\ xy \sin(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

in der Umgebung des Punktes  $P := (1, 1, 0)^T$  eine glatte Kurve im  $\mathbb{R}^3$  bestimmt wird.

- b) Läßt sich nach dem Satz über implizite Funktionen die Kurve nach jeder der Komponenten  $x, y$  oder  $z$  parametrisieren? Begründen Sie Ihre Antwort.
- c) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Tangente an die Kurve aus Teil a) im Punkt  $P$ .

**Bearbeitungstermine:** 03.12.-07.12.2012