Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2013/14**
Prof. Dr. R. Lauterbach
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Man untersuche die durch die Niveaumenge

$$f(x,y) := y^4 - 2y^2 + x^4 - 2x^2 = 0$$

implizit gegebene(n) Kurve(n). Im Einzelnen sind gesucht

a) die Symmetrien der Kurve(n),

b) die Kurvenpunkte mit horizontaler und

c) vertikaler Tangente,

d) die singulären Punkte der Kurve mit Klassifikation und

e) eine Zeichnung der Niveaumenge.

Aufgabe 14:

Gegeben sei die Funktion $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit

$$h(x,y,z) = 16z^2 + x^2 + 4y^2 + 2x - 8y + 5\,.$$

a) Man überprüfe, ob die Niveaumenge $g(x,y,z) = c$, die durch den Punkt $(3,1,0)$ festgelegt wird, in der Umgebung dieses Punktes eine glatte Fläche bildet.

b) Man gebe im Punkt $(3,1,0)$ die Tangentialebene bezüglich der Fläche aus a) in Parameterform an.

c) Man löse obige Gleichung gegebenenfalls nach einer der Variablen auf, um die Fläche explizit anzugeben.

d) Man zeichne die Fläche.

Aufgabe 15:

Man berechne und klassfiziere die Extremwerte der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = 4x^2 + y^2$ auf dem Kreis $x^2 + y^2 - 2x = 3$

a) unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel und

b) über Polarkoordinatenparametrisierung $\mathbf{c}$ des Kreises und anschließendes Lösen der Extremalaufgabe $h(t) := f(\mathbf{c}(t))$.

Aufgabe 16:

Für die Funktion $f(x, y, z) = y+2z$ berechne und klassifiziere man die Extrema auf dem Schnitt des parabolischen Zylinders $z = x^2 - 1$ mit der Ebene $z = 2y$ unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel.

Abgabetermin: 2.12. - 6.12.2013 (zu Beginn der Übung)