**Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg** **WiSe 2013/14**
Prof. Dr. R. Lauterbach
Dr. K. Rothe

# Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 5

### Aufgabe 17:

Zur Bestimmung der Extrema der Funktion

$$f(x,y) := e^{-x^2-y^2}(5x + 2(y+1))$$

soll das Newton-Verfahren auf die Funktion $\boldsymbol{F}(x,y) = \nabla f(x,y)$ angewendet werden.

a) Man berechne $\boldsymbol{F}(x,y)$ und die Jacobi-Matrix $\boldsymbol{J}\ \boldsymbol{F}(x,y)$.

b) Man stelle das Newton-Verfahren auf.

c) Man schreibe ein MATLAB-Programm zur numerischen Durchführung des Newton-Verfahrens unter Verwendung der MATLAB-Routine 'linsolve'.

d) Ausgehend von den Startvektoren $(x_0, y_0) = (0.5, 0.5)$ und $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = (-0.5, -0.5)$ berechne man damit Lösungen auf zehn Stellen genau.

e) Man klassifiziere die berechneten stationären Punkte und erstelle einen Flächenplot und einen Höhenlinienplot von $f$ mit Hilfe der MATLAB-Routinen 'ezsurf' und 'ezcontour'.

### Aufgabe 18:

Für die Funktion

$$f : Q \to \mathbb{R}\,, \quad f(x,y) = 6 - 2x + 4y$$

mit $Q := [0,3] \times [0,2]$ berechne man

a) Riemannsche Unter- und Obersumme zu folgender äquidistanter Zerlegung $Z$ von $Q$

$$Q_{i,j} = [x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j]\,, \quad i,j = 1,\ldots,n$$

wobei $x_i = \dfrac{3i}{n}$ und $y_j = \dfrac{2j}{n}$ gelte

b) und das Integral von $f$ über $Q$ nach dem Satz von Fubini.

**Aufgabe 19:**

Man berechne die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_{-1}^{3}\int_{0}^{2} xy - x^2 + y \, dx\, dy\,,$

b) $\displaystyle\int_{0}^{4}\int_{0}^{1} \frac{x}{(x+y)^2}\, dy\, dx\,,$

c) $\displaystyle\int_{R} \frac{\cos y}{x^2+4}\, d(x,y)$ mit $R = [0,2]\times\left[0,\frac{\pi}{2}\right],$

d) $\displaystyle\int_{W} \sqrt{x+y+z}\, d(x,y,z)$ mit $W = [0,1]\times[0,1]\times[0,1]\,.$

**Aufgabe 20:**

Man zeichne folgende Mengen und beschreibe sie durch Normalbereiche:

a) den durch die Funktionen $f(x) = 2x$ und $g(x) = 24 - 2x^2$ eingeschlossenen Bereich $P$,

b) den durch die Höhenline $|x| + |y| = 5$ eingeschlossenen Bereich $Q$,

c) den durch $x \le 0,\ y \le 0,\ z \ge 0$ und $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ eingeschlossenen Bereich $K$.

**Abgabetermin:** 16.12. - 20.12.2013 (zu Beginn der Übung)