Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2014/15**
Prof. Dr. Armin Iske, Dr. Hanna Peywand Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 2, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben ist die Funktion

$$f\,:\,\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,,\qquad f(x,y) \;=\; \cos(2x-3y) + x^3 - y^3 + 2y^2\,.$$

a) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen erster, zweiter und dritter Ordnung von f.

b) Die *Tangentialebene* an den Graphen einer differenzierbaren Funktion $f\,:\,D_f \longrightarrow \mathbb{R}$ im Punkt $(x^0,y^0) \in D_f \subset \mathbb{R}^2$ ist gegeben durch

$$z \;=\; f(x^0,y^0) + f_x(x^0,y^0)\,(x-x^0) + f_y(x^0,y^0)\,(y-y^0)\,.$$

Geben Sie die Gleichung der Tangentialebene von f im Punkt $(x^0,y^0) = (\frac{\pi}{4},0)$ an.

Aufgabe 2:

Gegeben seien die folgenden Geschwindigkeitsfelder $\boldsymbol{u} \;=\; (u(x,y),v(x,y))^{\mathrm{T}}$ einiger zweidimensionaler Strömungen

a) $u=0,\quad v=2x,$ **b)** $u=\dfrac{y}{2},\quad v=-2x,$ **c)** $u=-2y,\quad v=2x.$

Berechnen Sie die Quelldichte $\operatorname{div}\boldsymbol{u}$ und die Wirbeldichte $\operatorname{rot}\boldsymbol{u} := v_x - u_y$. Skizzieren Sie die Vektorfelder und einige zugehörige Stromlinien (das sind die Lösungen des Differentialgleichungssystems $\dot{x}=u,\ \dot{y}=v$ bzw. der Differentialgleichung $y'(x)=v(x,y)/u(x,y)$).

Bearbeitungstermine: 03.11–07.11.14