Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2014/15**
Prof. Dr. Armin Iske, Dr. Hanna Peywand Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 3, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_3(\boldsymbol{x}\,;\boldsymbol{x}^0)$ dritten Grades für die Funktion

$$f(x,y) = xy + \cos(x)\,e^y$$

zum Entwicklungspunkt $\boldsymbol{x}^0 = (0,1)^{\mathrm{T}}$. Verwenden Sie dazu einmal den Taylorschen Satz mit der Berechnung der partiellen Ableitungen und zum Zweiten die bekannten Reihenentwicklungen der auftretenden elementaren Funktionen in einer Variablen.

Aufgabe 2:

a) Bestimmen Sie eine Näherung für ein lokales Minimum der Funktion

$$f : [-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}] \times [-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}] \to \mathbb{R}$$
$$f(x,y) = 4x^2 + xy + 4y^2 + \sin(x-y)\,,$$

indem Sie ein Minimum $\begin{pmatrix}\tilde{x}\\ \tilde{y}\end{pmatrix}$ des Taylorpolynoms zweiten Grades T_2 von f mit dem Entwicklungspunkt $(0,0)^{\mathrm{T}}$ berechnen.

b) Schätzen Sie den Betrag des Restglieds R_2 in dem errechneten Punkt $\begin{pmatrix}\tilde{x}\\ \tilde{y}\end{pmatrix}$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange ab und berechnen Sie $\operatorname{grad} f(\tilde{x},\tilde{y})$.

c) Zeigen Sie, dass der minimale Wert von f auf dem oben angegebenem Definitionsbereich nicht kleiner als $-\frac{9}{49}$ sein kann.