Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2014/15**
Prof. Dr. Armin Iske, Dr. Hanna Peywand Kiani

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 4, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1)

a) Gegeben ist die Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $\quad g(x,y) = x \cdot \arctan(y) + e^{x+y} - 1$.

(i) Zeigen Sie, dass durch die Gleichung

$$g(x,y) = x \cdot \arctan(y) + e^{x+y} - 1 = 0$$

in der Umgebung des Punktes $(0,0)^{\mathrm{T}}$ implizit eine Funktion $y = f(x)$ definiert wird, mit $f(0) = 0$ und $g(x,\, y) = 0 \iff y = f(x)$.

(ii) Berechnen Sie das Taylorpolynom ersten Grades von f mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

Hinweise: $(\arctan(y))' = \dfrac{1}{1+y^2}$, $\arctan(0) = 0$.

b) Durch die Gleichung

$$g(x,y,z) := (x^2 - 2e^{xy})z + 2 = 0$$

wird in der Umgebung des Punktes $P_0 := (x_0, y_0, z_0)^T := (0,1,1)^T$ ein Flächenstück im $\mathbb{R}^3$ definiert.

Nach welcher(n) Variablen kann nach dem Satz über implizite Funktionen aufgelöst werden?

Bestimmen Sie die Tangentialebene an diese Fläche im Punkt $(0,1,1)^T$.

Aufgabe 2:

Durch die Relation

$$g(x,y) = x^4 - x^2 + y^2 = 0$$

ist eine Kurve im $\mathbb{R}^2$ implizit gegeben.

Bestimmen Sie die Symmetrien dieser Kurve, die singulären Punkte (+ Klassifikation) und die Kurvenpunkte mit horizontaler bzw. vertikaler Tangente.

Bearbeitungstermine: 01.12.-05.12.2014