

**Analysis III**  
**für Studierende der Ingenieurwissenschaften**  
**Blatt 7, Präsenzaufgaben**

**Aufgabe 1:**

- a) (Wiederholungsklausur 08/09, Hinze, Kiani) Gegeben seien das Kraftfeld  $\mathbf{K}$  und die Kurve  $\mathbf{c}$

$$\mathbf{K}(x, y, z) := \begin{pmatrix} x \\ z \\ y \\ z \\ x^2 + y^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c}(t) := \begin{pmatrix} t \cdot \cos(t) \\ t \cdot \sin(t) \\ t \end{pmatrix} \quad t \in [1, 3].$$

Berechnen Sie die Arbeit, die aufgewendet werden muss, um einen Massenpunkt entlang der Kurve  $\mathbf{c}$  von  $\mathbf{c}(1)$  nach  $\mathbf{c}(3)$  zu bewegen.

- b) (Klausur 08/09, Hinze, Kiani) Gegeben seien die Vektorfelder  $\mathbf{f}, \mathbf{g} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,

$$\mathbf{f} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y^2 \\ xy^2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{g} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y^2 \\ 2xy \end{pmatrix}$$

sowie die Kurve

$$\mathbf{c} : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ t \end{pmatrix}.$$

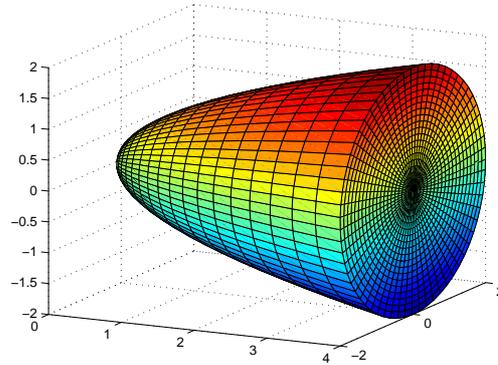
- (i) Berechnen Sie Potentiale zu  $\mathbf{f}$  und  $\mathbf{g}$ , falls dies möglich ist.  
(ii) Berechnen Sie die Kurvenintegrale

$$\int_{\mathbf{c}} \mathbf{f} d\mathbf{x}, \quad \text{und} \quad \int_{\mathbf{c}} \mathbf{g} d\mathbf{x}.$$

**Aufgabe 2:**

Gegeben sei der Körper

$$K := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq 4, y^2 + z^2 \leq x \leq 4 \right\}.$$



und das Vektorfeld

$$\mathbf{f} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y^2 + 2z^2 \\ y + x - z \\ z + x - y \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie das Integral  $\int_K \operatorname{div} \mathbf{f}(x, y, z) d(x, y, z)$ .
- Der Körper  $K$  wird berandet durch ein ebenes Flächenstück  $D$  und ein nicht ebenes Flächenstück  $M$ . Geben Sie eine Parametrisierung für das ebene Flächenstück  $D$  an.
- Berechnen Sie den Fluss von  $\mathbf{f}$  durch das ebene Flächenstück  $D$ .
- Wie groß ist nach den Teilen a) und c) der Fluss von  $\mathbf{f}$  durch das nicht ebene Flächenstück  $M$ .

**Bearbeitungstermine:** 26.01.- 30.01.2015