

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Man berechne alle stationären Punkte der folgenden Funktionen und klassifiziere diese:

a) $f(x, y) = xy - 4x + 3y - 12$,

b) $f(x, y) = 2(x^2 + y^2)^2 - x^2 - y^2$,

c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$,

d) $f(x, y) = x \sin y$.

Aufgabe 14:

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = 9x^4 - 12x^2y + 4y^2$.

a) Man berechne alle stationären Punkte von f .

b) Man versuche, die hinreichende Bedingung zur Klassifikation der stationären Punkte anzuwenden.

c) Man weise nach, dass f im Ursprung längs jeder Geraden durch Null ein strenges lokales Minimum besitzt.

d) Man klassifiziere alle stationären Punkte von f .

e) Man zeichne die Funktion beispielweise mit Hilfe der MATLAB-Routinen 'ezsurf' und 'ezcontour'.

Aufgabe 15:

Man untersuche die durch die Niveaumenge

$$f(x, y) := y^4 - 2y^2 + x^4 - 2x^2 = 0$$

implizit gegebene(n) Kurve(n). Im Einzelnen sind gesucht

- a) die Symmetrien der Kurve(n),
- b) die Kurvenpunkte mit horizontaler und
- c) vertikaler Tangente,
- d) die singulären Punkte der Kurve mit Klassifikation und
- e) eine Zeichnung der Niveaumenge.

Aufgabe 16:

Gegeben sei die Funktion $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$h(x, y, z) = 16z^2 + x^2 + 4y^2 + 2x - 8y + 5.$$

- a) Man überprüfe, ob die Niveaumenge $h(x, y, z) = c$, die durch den Punkt $(3, 1, 0)$ festgelegt wird, in der Umgebung dieses Punktes eine glatte Fläche bildet.
- b) Man gebe im Punkt $(3, 1, 0)$ die Tangentialebene bezüglich der Fläche aus a) in Parameterform an.
- c) Man löse obige Gleichung gegebenenfalls nach einer der Variablen auf, um die Fläche explizit anzugeben.
- d) Man zeichne die Fläche.

Abgabetermin: 30.11. - 4.12.2015 (zu Beginn der Übung)