

**Aufgabe 1:** (3 Punkte)

Man berechne die Tangentialebene der durch

$$f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$$

gegebenen Funktion im Punkt  $(x_0, y_0) = (1, 0)$ .

**Aufgabe 2:** (7 Punkte)

Berechnet werden sollen die Extremwerte der durch

$$f(x, y) = (x - 3)^2 + y^2$$

gegebenen Funktion mit der Nebenbedingung

$$g(x, y) := x^2 + y^2 - 9 = 0$$

unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel.

- a) Man überprüfe die Regularitätsbedingung für  $g$ .
- b) Man berechne die Extremalkandidaten.
- c) Man bestimme Maxima und Minima.

**Aufgabe 3:** (6 Punkte)

Gegeben sei das Vektorfeld  $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit

$$\mathbf{f}(x, y, z) = (3x^2 + y^2, 2xy + e^y + z \cos y, 1 + \sin y)^T.$$

- a) Man zeige, dass  $\mathbf{f}$  ein Potential besitzt ohne es zu berechnen.
- b) Man berechne ein Potential von  $\mathbf{f}$ .
- c) Für die Kurve  $\mathbf{c} : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit  $\mathbf{c}(t) = (\cos t, \sin t, 3)^T$  berechne man das folgende Kurvenintegral

$$\int_{\mathbf{c}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

Bitte wenden für Aufgabe 4.

**Aufgabe 4:** (4 Punkte)

Durch  $x^2 + y^2 \leq 5$  und  $0 \leq z \leq 2$  sei der Körper  $Z$  beschrieben.

- a) Man skizziere  $Z$ .
- b) Man berechne das Trägheitsmoment von  $Z$  bezüglich der  $z$ -Achse mit der Dichtefunktion  $\rho(x, y, z) = 1 + x^2 + y^2$ .