Prof. Dr. M. Hinze, Dr. H. P. Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 1, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Geben Sie an, welche der folgenden Mengen offen bzw. beschränkt bzw. abgeschlossen sind.

a) $M_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \,:\, x, y, z \in \mathbb{R},\, x^2 + y^2 < 1 \right\}$,

b) $M_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \,:\, x, y \in \mathbb{R},\, x^2 + y^2 < 1 \right\}$,

c) $M_3 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \,:\, x, y, z \in \mathbb{R},\, x^2 + y^2 + z^2 < 1 \right\}$,

d) $M_4 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \,:\, (x, y, z) \cdot (1, 2, 3)^T < 6 \right\}$,

e) $M_5 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \,:\, x, y, z \in \mathbb{R},\, x^2 + y^2 \geq z \right\}$.

Aufgabe 2: Skizzieren Sie für die unten angegebenen Funktionen $f_k : [-1, 1] \times [-1, 1] \to \mathbb{R}$, $k = 1, 2, 3$ einige Höhenlinien

$$f_k^{-1}(C) := \{(x, y)^{\mathrm{T}} :\, f(x, y) = C\}$$

von f_k für verschiedene Werte von C

a) $f_1(x, y) = x - 2\,y,$ b) $f_2(x, y) = x\,y,$ c) $f_3(x, y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}},\ (x, y) \neq (0, 0)\,.$

Aufgabe 3:

Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{(xy)^\alpha}{x^2+y^2}\,, & xy > 0\,, \\ 0\,, & xy \leq 0\,. \end{cases}$$

Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist f stetig im Punkt $(0, 0)$?

Tipp: Polarkoordinaten!

Bearbeitungstermine: 24.–28.10.06