

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 4, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion

$$f : D := \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right] \times \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x, y) = 8 \cos(x + y) + \sin(x - y) + 12xy + 11x^2 + 8y^2.$$

- a) Besitzt f auf D ein Minimum und ein Maximum?
- b) Bestimmen Sie eine Näherung für ein lokales Minimum der Funktion f auf D indem Sie ein Minimum des Taylorpolynoms zweiten Grades T_2 von f mit dem Entwicklungspunkt $(x_0, y_0)^T = (0, 0)^T$ berechnen.
Hinweis: Sie brauchen für diese Aufgabe keine einzige Ableitung von f zu berechnen. Benutzen Sie die Taylor-Reihen von Cosinus und Sinus.
- c) Zeigen Sie mit Hilfe von Teil b), dass der minimale Wert von f auf dem dort angegebenen Definitionsbereich nicht kleiner als 7.5 sein kann.
- d) T_2 ist stetig auf D . Müsste man nicht auch ein Maximum von T_2 finden?
- e) Bestimmen Sie die globalen Extrema von T_2 auf D .

Aufgabe 2) (Klausur Prof. Hinze 2009)

Durch

$$F(x, y) = y^2 \cdot x - y \cdot \exp(x + y) + 2 = 0$$

ist in der Umgebung von $P_0 = (-1, 1)$ implizit eine Funktion $y(x)$ definiert. Es gilt also lokal

$$F(x, y) = 0 \implies y = g(x), \quad g(-1) = 1.$$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom ersten Grades der Funktion $g(x)$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = -1$.

Zusatz zur Klausuraufgabe: Berechnen Sie $g'(-1)$ mittels impliziter Differentiation.

Bearbeitungstermine: 05.12.-09.12.2016