

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 5, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \text{Gesucht sind die Minima von } & f(x, y) = x^2 + y^2 \\ \text{unter der Nebenbedingung } & h(x, y) = xy - 9 = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Lösen Sie die Aufgabe mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatoren Regel. Überprüfen Sie zunächst die Regularitätsbedingung.

Bemerkung: Die Aufgabe kann natürlich auch durch Elimination einer der Variablen gelöst werden. Hier soll an einem einfachen Beispiel die neu eingeführte Lösungsmethode geübt werden.

Aufgabe 2)

Gesucht sind die Minima der Funktion

$$f(x, y) := e^{x+y} - x^2 - y^2$$

unter der Nebenbedingung

$$h(x, y) := 2x^2 + 2y^2 - 5x + 3y = 0.$$

- a) Zeigen Sie, dass $P_0 = (2, -2)^T$ ein zulässiger Punkt ist, in dem die Regularitätsbedingung erfüllt ist.
- b) Weisen Sie nach, dass $P_0 = (2, -2)^T$ zusammen mit einem geeigneten Multiplikator ein stationärer Punkt der zugehörigen Lagrange-Funktion ist.
- c) Zeigen Sie, dass im Punkt $P_0 = (2, -2)^T$ ein lokales Minimum der Funktion f unter der gegebenen Nebenbedingung vorliegt. Überprüfen Sie dazu die hinreichende Bedingung zweiter Ordnung.

Bearbeitungstermine: 19.12.-23.12.2016