

Klausur zur Mathematik III
(Modul: Analysis III)

1. September 2017

Sie haben 60 Minuten Zeit zum Bearbeiten der Klausur.

**Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt
mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.**

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein.

Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Vorname:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Matr.-Nr.:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Stg:

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|-----|----|-----|----|-----|----|----|-----|----|--|
| AIW | BU | CI | ET | GES | IN | LUM | MB | MTB | SB | BV | EUT | VT | |
|-----|----|----|----|-----|----|-----|----|-----|----|----|-----|----|--|

Wertung nach DPO :

| | |
|------------------------------------|--|
| zus. mit Differentialgleichungen I | |
|------------------------------------|--|

| | |
|---------------|--|
| Einzelwertung | |
|---------------|--|

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

| |
|----------------|
| (Unterschrift) |
|----------------|

Lösen Sie die **2** angegebenen Aufgaben. Pro Aufgabe werden 10 Punkte vergeben.

| Aufg. | Punkte | Korrekteur |
|----------|--------|------------|
| 1 | | |
| 2 | | |

| |
|------------|
| $\Sigma =$ |
|------------|

Aufgabe 1)

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) := x^3 + y^3 - 27xy + 25.$$

- a) Bestimmen Sie alle stationären Punkte von f und klassifizieren Sie diese. Prüfen Sie also, ob es sich jeweils um ein Minimum, ein Maximum oder einen Sattelpunkt handelt.

Tipp: $9^3 = 9 \cdot 81 = 27 \cdot 27 = 729$.

- b) Zeigen Sie, dass durch $f(x, y) = 0$ in der Umgebung von $P_0 = (1, 1)$ implizit eine Funktion $y(x)$ definiert ist. Es gilt also lokal

$$f(x, y) = 0 \iff y = g(x) \quad \text{mit } g(1) = 1.$$

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades der Funktion $g(x)$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.

Aufgabe 2)

Gegeben sei

$$K := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + y^2 \leq z \leq 1 \right\},$$

und das Vektorfeld

$$\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \mathbf{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z^2 \end{pmatrix}.$$

- a) Berechnen Sie $\int_K \operatorname{div} \mathbf{f}(x, y, z) d(x, y, z)$.
- b) K ist berandet durch ein ebenes Flächenstück D und ein gewölbtes Flächenstück M . Geben Sie Parametrisierungen von D und M an und berechnen Sie den Fluss von \mathbf{f} durch D , also

$$\int_D \mathbf{f} \cdot d\mathbf{O}.$$

- c) Wie groß ist nach a) und b) der Fluss durch den gewölbten Teil des Randes von K , also

$$\int_M \mathbf{f} \cdot d\mathbf{O}?$$