Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2017/18**
Prof. Dr. J. Behrens
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Für $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ untersuche man die durch die Niveaumenge

$$f(x,y) := y^4 - 2y^2 + x^4 - 2x^2 = 0$$

implizit gegebene(n) Kurve(n). Im Einzelnen sind gesucht

a) die Symmetrien der Kurve(n),

b) die Kurvenpunkte mit horizontaler und

c) vertikaler Tangente,

d) die singulären Punkte der Kurve mit Klassifikation und

e) eine Zeichnung der Niveaumenge.

Aufgabe 14:

Gegeben sei die Funktion $h : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit

$$h(x,y,z) = 16z^2 + x^2 + 4y^2 + 2x - 8y + 5\,.$$

a) Man überprüfe, ob die Niveaumenge $h(x,y,z) = c$, die durch den Punkt $(3,1,0)$ festgelegt wird, in der Umgebung dieses Punktes eine glatte Fläche bildet.

b) Man gebe im Punkt $(3,1,0)$ die Tangentialebene bezüglich der Fläche aus a) in Parameterform an.

c) Man löse obige Gleichung gegebenenfalls nach einer der Variablen auf, um die Fläche explizit anzugeben.

d) Man zeichne die Fläche.

Aufgabe 15:

Man berechne alle stationären Punkte der folgenden Funktionen und klassifiziere diese:

a) $f(x, y) = xy - 4x + 3y - 12$,

b) $f(x, y) = 2(x^2 + y^2)^2 - x^2 - y^2$,

c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$,

d) $f(x, y) = x \sin y$.

Aufgabe 16:

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = 9x^4 - 12x^2y + 4y^2$.

a) Man berechne alle stationären Punkte von f.

b) Man versuche, die hinreichende Bedingung zur Klassifikation der stationären Punkte anzuwenden.

c) Man weise nach, dass f im Ursprung längs jeder Geraden durch Null ein strenges lokales Minimum besitzt.

d) Man klassifiziere alle stationären Punkte von f .

e) Man zeichne die Funktion beispielweise mit Hilfe der MATLAB-Routinen 'ezsurf' und 'ezcontour'.

Abgabetermin: 4.12. - 8.12.2017 (zu Beginn der Übung)