Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2017/18**
Prof. Dr. J. Behrens
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Man berechne und klassfiziere die Extremwerte der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = 4x^2 + y^2$ auf dem Kreis $x^2 + y^2 - 2x = 3$

a) unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel und

b) über Polarkoordinatenparametrisierung $\mathbf{c}$ des Kreises und anschließendes Lösen der Extremalaufgabe $h(t) := f(\mathbf{c}(t))$.

Aufgabe 18:

Für die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit $f(x, y, z) = (x + 1)^2 + y^2 + z^2$ berechne und klassifiziere man die Extrema auf dem Schnitt der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ mit der Ebene $z = x$ unter

a) Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel und

b) durch Bestimmung der Extremwerte von $f(\mathbf{c}(t))$ auf der Parametrisierung $\mathbf{c}$ der Schnittkurve von Kugel und Ebene.

Aufgabe 19:

a) Man zeige, dass die Wellengleichung $u_{tt} = c^2 u_{xx}$ für eine Ortsvariable x und mit einer Konstanten $c \in \mathbb{R}$ von der Funktion

$$u(x,t) = 2\sin(x+ct) + 3e^{x-ct}$$

gelöst wird.

b) Man zeige, dass die Funktion

$$u(x,y) = e^{-x}\sin y + (x+5)(y-6)$$

die Laplace-Gleichung $\Delta u = 0$ löst.

Aufgabe 20:

Man berechne Divergenz und Rotation für folgende Vektorfelder mit $x, y, z \in \mathbb{R}$

a) $\boldsymbol{f}(x,y) = (\sin x \cos y, (x+y)^2)^T$,

b) $\boldsymbol{g}(x,y) = (\sin y \cos x, -2xy)^T$,

c) $\boldsymbol{f}(x,y) + \boldsymbol{g}(x,y)$,

d) $\boldsymbol{h}(x,y,z) = (e^{x+y+z}, e^{x+y+z}, e^{x+y+z})^T$,

e) $\boldsymbol{u}(x,y,z) = (yz, xz, xy)^T$,

f) $2\,\boldsymbol{h}(x,y,z) - \boldsymbol{u}(x,y,z)$.

Abgabetermin: 18.12. - 22.12.2017 (zu Beginn der Übung)