Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2018/19**
Prof. Dr. T. Reis
Dr. H. P. Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 4, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Gegeben sei die Funktion

$$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) := x^3 + y^3 - 27xy + 25\,.$$

Bestimmen Sie alle stationären Punkte von f und klassifizieren Sie diese. Prüfen Sie also, ob es sich jeweils um ein Minimum, ein Maximum oder einen Sattelpunkt handelt.

b) Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_3(\boldsymbol{x}\,;\boldsymbol{x}^{\,0})$ dritten Grades für die Funktion

$$f(x,y) = xy + \cos(x)\,e^y$$

zum Entwicklungspunkt $\boldsymbol{x}^{\,0} = (0,1)^{\mathrm{T}}$.

Aufgabe 2:

a) Bestimmen Sie eine Näherung für ein lokales Minimum der Funktion

$$f : \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right] \times \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right] \to \mathbb{R}$$

$$f(x,y) = 4x^2 + xy + 4y^2 + \sin(x-y)\,,$$

indem Sie ein Minimum $\begin{pmatrix}\tilde{x}\\ \tilde{y}\end{pmatrix}$ des Taylorpolynoms zweiten Grades T_2 von f mit dem Entwicklungspunkt $(0,0)^{\mathrm{T}}$ berechnen.

b) Schätzen Sie den Betrag des Restglieds R_2 in dem errechneten Punkt $\begin{pmatrix}\tilde{x}\\ \tilde{y}\end{pmatrix}$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange ab.

c) Zeigen Sie, dass der minimale Wert von f auf dem oben angegebenem Definitionsbereich nicht kleiner als $-\frac{9}{49}$ sein kann.

Abgabetermine: 03.–07.12.18