

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 6, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Potentiale der folgenden Vektorfelder $\mathbf{f}^{[i]}$ mit den Definitionsbereichen D_i , sofern diese (Potentiale) existieren.

$$\mathbf{f}^{[1]} = (xe^{xy}, ye^{xy}, 1)^T, \quad D_1 = \mathbb{R}^3,$$

$$\mathbf{f}^{[2]} = (ye^{xy}, xe^{xy}, 1)^T, \quad D_2 = \mathbb{R}^3$$

$$\mathbf{f}^{[3]} = \frac{1}{x^2 + y^2} (-x, y)^T, \quad D_3 = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$$

$$\mathbf{f}^{[4]} = (y \cos(z) + yz, x \cos(z) + xz + 2y, -xy \sin(z) + xy + 1)^T, \quad D_4 = \mathbb{R}^3$$

Aufgabe 2:

Gegeben $\mathbf{f}, \mathbf{g} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$\mathbf{f} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y^2 \\ x + 1 \\ z + 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{g} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ze^x \cos y \\ -ze^x \sin y \\ e^x \cos y \end{pmatrix}$$

sowie die Kurven

$$\mathbf{c}_1 : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \mathbf{c}_1(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ t^2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{c}_2 : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \mathbf{c}_2(t) = \begin{pmatrix} t \\ t \\ t \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Integrale

$$\int_{\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2} \mathbf{f} d\mathbf{x}, \quad \int_{\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2} \mathbf{g} d\mathbf{x}.$$

$$\text{Dabei gilt: } \int_{\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2} \mathbf{f} d\mathbf{x} := \int_{\mathbf{c}_1} \mathbf{f} d\mathbf{x} - \int_{\mathbf{c}_2} \mathbf{f} d\mathbf{x}.$$

Bearbeitungstermine: 14.–16.01.19