**Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg** **WiSe 2019/20**
Prof. Dr. A. Iske
Dr. K. Rothe

# Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 3

**Aufgabe 9:**

a) Man berechne die Jacobi-Matrix unter Verwendung der Kettenregel und direkt:

$$\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^2 \xrightarrow{\boldsymbol{f}_1} \mathbb{R}^3 \xrightarrow{\boldsymbol{f}_2} \mathbb{R}^2$$

$$\begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} u = \sin(rs) \\ v = e^r + s \\ w = 1 - 2s^3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} uw \\ vw \end{pmatrix} .$$

b) Man berechne die Jacobi-Matrix von:

$$h : \mathbb{R}^2 \xrightarrow{\boldsymbol{f}} \mathbb{R}^2 \xrightarrow{g} \mathbb{R}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{pmatrix} \mapsto g(u,v) .$$

**Aufgabe 10:**

Man berechne für die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = xy$ im Punkt $(x_0, y_0)$ die Ableitung in Richtung $\boldsymbol{h} = (h_1, h_2)^T$. Welchen Anstieg besitzt die Funktion im Punkt $(x_0, y_0) = (1, -1)$ in den durch die Gerade $3y - 5x = 7$ gegebenen Richtungen.

**Aufgabe 11:**

a) Gegeben sei die Koordinatentransformation

$$\mathbf{\Phi}\,(r,\varphi) = \begin{pmatrix} x(r,\varphi) \\ y(r,\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2r\cos\varphi \\ 3r\sin\varphi \end{pmatrix}$$

mit $(r,\varphi) \in Q := ]0,1] \times \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

(i) Man berechne $\boldsymbol{J}\ \mathbf{\Phi}\,(r,\varphi)$ und $\det(\boldsymbol{J}\ \mathbf{\Phi}\,(r,\varphi))$ sowie

(ii) $\mathbf{\Phi}^{-1}(x,y)$, $\boldsymbol{J}\ \mathbf{\Phi}^{-1}(x,y)$ und $\det(\boldsymbol{J}\ \mathbf{\Phi}^{-1}(x,y))$.

(iii) Man zeichne $Q$ und $\mathbf{\Phi}\,(Q)$.

b) Man zeichne den folgenden Körper und gebe die zugehörige Kugelkoordinatendarstellung an

$$K = \left\{(x,y,z)^T \in \mathrm{I\!R}^3 \mid 4 \le x^2+y^2+z^2 \le 16 \ \wedge\ 0 \le y\right\}.$$

**Aufgabe 12:**

Gegeben sei die Funktion $f : \mathrm{I\!R}^2 \to \mathrm{I\!R}$ mit $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}$.

a) Man berechne das Taylor-Polynom ersten Grades $T_1(x,y)$ von $f$ im Punkt $(x_0,y_0) = (-1/4, 0)$.

b) Man zeichne $f$ und die Tangentialebene im Quadrat $[-2,2] \times [-2,2]$.

c) Man berechne den Abstand von $f$ zu $T_1$ im Punkt $(0,0)$.

**Abgabetermin:** 18.11. - 22.11.2019 (zu Beginn der Übung)