

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 1, Hausaufgaben

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Gradienten folgender Funktionen:

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \frac{y}{x} e^{-(x^2+y^2)} \qquad h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x, y) = (3x - 5y)^4$$

$$g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x, y, z) = \frac{\sin(xyz)}{x^2} \qquad l : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad l(x, y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$$

Aufgabe 2:

In einem unendlich ausgedehnten elektrischen Leiter existiere die Bohrung $(x, y, z)^T : x^2 + y^2 \leq R^2$. Eine Spannungsquelle bewirke außerhalb der Bohrung das elektrische Potential

$$\Phi(x, y, z) := -E_0 \left(x + \frac{x}{x^2 + y^2} R^2 \right).$$

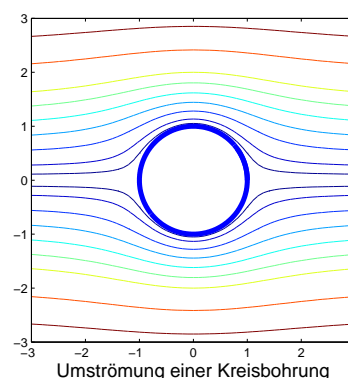
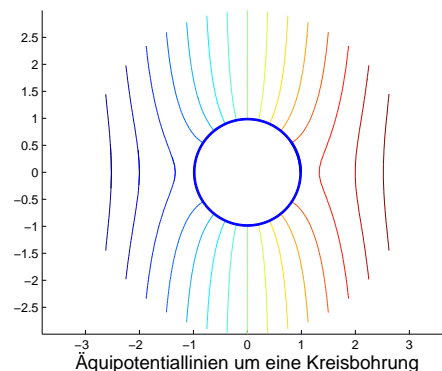
Für die elektrische Stromdichte \mathbf{J} gilt dann innerhalb der Bohrung $\mathbf{J} = 0$ und außerhalb der Bohrung

$$\mathbf{J} = \kappa \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = -\nabla \Phi,$$

κ = spezifische Leitfähigkeit des Leiters.

Berechnen Sie die Stromdichte \mathbf{J} und die Quelledichte

$$\operatorname{div} \mathbf{J} := (J_1)_x + (J_2)_y + (J_3)_z.$$



Abgabetermin: 16.11.-20.11.2020