

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 2, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Berechnen Sie die Jacobi-Matrizen folgender Funktionen und deren Determinanten.

Für welche Werte der Variablen verschwindet die Determinante der Jacobi-Matrix?

$$f_1 : \begin{cases} \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ xy \end{pmatrix} \end{cases} \quad f_2 : \begin{cases} \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} u - 2v \\ u \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$f_3 = f_2 \circ f_1$$

$$f_4 : \begin{cases} \mathbb{R}^+ \times [0, 2\pi] \times [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}^3, & a, b, c \in \mathbb{R}^+ \\ \begin{pmatrix} r \\ \phi \\ \theta \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a \cdot r \cdot \cos \phi \cos \theta \\ b \cdot r \cdot \sin \phi \cos \theta \\ c \cdot r \cdot \sin \theta \end{pmatrix} \end{cases}$$

Aufgabe 2: [Alte Klausur, Struckmeier/Kiani, Aufgabe 1a]

Berechnen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades T_2 zur Funktion

$$f(x, y) = xy + \cos(x) e^y$$

mit dem Entwicklungspunkt $\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und zeigen Sie, dass für alle

$$(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 \quad \text{mit} \quad |x| \leq 0.05, |y| \leq 0.2$$

die folgende Abschätzung gilt

$$|R_2(x, y; \mathbf{x}_0)| := |f(x, y) - T_2(x, y; \mathbf{x}_0)| \leq 0.1.$$

.

Bearbeitungstermine: 30.11.–04.12.20