Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2020/21**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. H. P. Kiani

Analysis III
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 3, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktion

$$f \,:\, D := [-\frac{1}{4}\,,\,\frac{1}{4}\,] \times [-\frac{1}{4}\,,\,\frac{1}{4}\,] \to \mathbb{R}$$
$$f(x,y) \;=\; 8\cos(x+y) \;+\; \sin(x-y) \;+\; 12xy \;+ 11x^2 \;+ 8y^2\,.$$

a) Besitzt f auf D ein Minimum und ein Maximum?

b) Bestimmen Sie eine Näherung für ein lokales Minimum der Funktion f auf D indem Sie das Minimum des Taylorpolynoms zweiten Grades T_2 von f mit dem Entwicklungspunkt $(x_0, y_0)^T = (0,0)^T$ berechnen.
Hinweis: Sie brauchen für diese Aufgabe keine einzige Ableitung von f zu berechnen. Benutzen Sie die Taylor-Reihen von Cosinus und Sinus.

c) Zeigen Sie mit Hilfe von Teil b), dass der minimale Wert von f auf dem dort angegebenem Definitionsbereich nicht kleiner als 7.5 sein kann.

d) T_2 ist stetig auf D. Müsste man nicht auch ein Maximum von T_2 finden?

Aufgabe 2) (Klausur 2009)

Zeigen Sie, dass durch

$$g(x,y) \;=\; y^2 \cdot x - y \cdot \exp(x+y) + 2 \;=\; 0$$

in der Umgebung von $P_0 = (-1,1)$ implizit eine Funktion $y(x)$ definiert ist. Es gilt also lokal

$$g(x,y) \;=\; 0 \implies y = f(x), \quad f(-1) = 1\,.$$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom ersten Grades der Funktion $f(x)$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = -1$.

Zusatz zur Klausuraufgabe: Berechnen Sie $f'(-1)$ mittels impliziter Differentiation.

Bearbeitungstermine: 14.12.–18.12.20