

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 3, Hausaufgaben

Aufgabe 1: (6+4 Punkte) Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y, z) = 2 + xz + y^2 + e^x y^2 \cos(z).$$

- a) Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades von f mit dem Entwicklungspunkt $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T := (0, 1, \pi)^T$.
- b) Zeigen Sie, dass für den Betrag des Restglieds $R_2(x, y, z) = f(x, y, z) - T_2(x, y, z)$ folgende Abschätzung gilt:

$$|R_2(x, y, z)| \leq 0.02 \quad \forall \mathbf{x} = (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|_\infty \leq 0.1.$$

Aufgabe 2: [3+4+3 Punkte] Bestimmen Sie die stationären Punkte der folgenden Funktionen und prüfen Sie, ob diese Minima, Maxima oder Sattelpunkte sind:

- a) [Klausur 2009] $f(\mathbf{x}) := \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c$ mit

$$\mathbf{x} := \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2, \quad \mathbf{A} := \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix}, \quad c = 2020,$$

- b) $g(x, y) := x^2 - xy - x + \frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3}$.
- c) $f(x, y) := x^2 y^2 - 6x^2 y + 8x^2 - 4y^2 + 24y + 30$.

Abgabetermine: 14.12.– 18.12.20