

## Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 4, Präsenzaufgaben

**Aufgabe 1:** Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \text{Bestimmen Sie die Minima von } & f(x, y) = xy \\ \text{unter der Nebenbedingung } & g(x, y) = x^2 + 4y^2 - 8 \leq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

a) Gibt es lokale Minima im Innern des zulässigen Bereiches, d.h. für  $x^2 + 4y^2 - 8 < 0$ ? Begründen Sie ihre Antwort.  
(Hinweis: lokale Minima im Innern der zulässigen Menge sind auch lokale Minima des unrestringierten Problems:  $\min_{x,y \in \mathbb{R}} f(x, y) = xy$ .)

b) Bestimmen Sie alle globalen Minima von  $f$  unter der Nebenbedingung

$$g(x, y) = x^2 + 4y^2 - 8 = 0$$

mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatoren Regel. Überprüfen Sie zunächst die Regularitätsbedingung.

c) Geben Sie alle globalen Minima des Optimierungsproblems (1) an.  
(Hinweis: nutzen Sie a) und b))

**Aufgabe 2)** Berechnen Sie

a) das Integral

$$\int \int_{D_1} xy^2 d(x, y) \quad \text{mit } D_1 = [-1, 3] \times [1, 2],$$

b) das Volumen des Körpers  $K \subset \mathbb{R}^3$ ,

$$K = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid |x| \leq 1, \quad -(1 - x^2) \leq y \leq 1 - x^2, \quad 0 \leq z \leq (1 - x^2 - y) \right\},$$

c) und das Integral

$$\int \int_{D_2} (x^2 - y^4) d(x, y) \quad \text{mit } D_2 = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}.$$

*Hinweis:* Nutzen Sie die Symmetrien aus!

**Bearbeitungstermine:** 11.01.– 15.01.21