

## Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 1, Präsenzaufgaben

**Aufgabe 1:** Gegeben sind die Mengen

$$M_1 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 1 \right\},$$

$$M_2 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 < 4 \right\},$$

$$M_3 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R}, 1 \leq x^2 + y^2 < 4 \right\},$$

$$M_4 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x, y, z \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 1 \right\},$$

$$M_5 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x, y, z \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 + z^2 < 1 \right\},$$

$$M_6 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \cdot (1, 2)^T = 1 \right\},$$

$$M_7 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : (x, y, z) \cdot (1, 2, 1)^T < 1 \right\},$$

$$M_8 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x, y, z \in \mathbb{R}, z = x^2 + y^2 \right\}.$$

$$M_9 := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R}, (x + 3)^2 + y^2 \leq 1 \right\} \cup \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R}, (x - 3)^2 + y^2 \leq 1 \right\}.$$

- a) Geben Sie die Randpunkte der Mengen  $M_1, \dots, M_9$  an.
- b) Welche der Mengen  $M_1, \dots, M_9$  sind offen, welche sind abgeschlossen?
- c) Welche der Mengen  $M_1, \dots, M_9$  sind beschränkt?
- d) Welche der Mengen  $M_1, \dots, M_9$  sind zusammenhängend, welche sind konvex?

**Aufgabe 2:** Skizzieren Sie für die unten angegebenen Funktionen  $f_k : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $k = 1, 2, 3, 4$  Ausschnitte einiger Höhenlinien (Kurven entlang derer die Funktion konstant ist)

$$f_k^{-1}(C) := \{(x, y)^T : f(x, y) = C\}$$

von  $f_k$  für verschiedene Werte von  $C$

a)  $f_1(x, y) = 2x + 3y$ ,

b)  $f_2(x, y) = x^2 + \frac{y^2}{9}$ ,

c)  $f_3(x, y) = \cos(x - y^2)$ ,

d)  $f_4(x, y) = \exp(x \cdot y)$ .

**Bearbeitungstermine:** 18.–22.10.21