

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 2, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

- a) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung für die Funktionen:

$$s(x, y, z) := xyz \sin(x + y + z), \quad g(x, y, z) := \frac{\cos^2(x)e^y}{z}.$$

- b) Berechnen Sie für die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y, z) = \arctan(x)e^y + \sin(x) \ln(1 + y^2)z + x^2e^{z^2}$$

die Ableitung f_{xyz} sowie $\nabla f(x, y, z)$.

Aufgabe 2: Die Funktion

$$u(x, t) := \frac{1}{2} \left[\sin\left(\frac{2\pi}{L}(x + ct)\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{L}(x - ct)\right) \right]$$

beschreibt näherungsweise die Auslenkung des Punktes $x \in [0, L]$ einer schwingenden Saite der Länge L zum Zeitpunkt $t \geq 0$ mit den Anfangsdaten $u(x, 0) = \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$, $u_t(x, 0) = 0$.

- a) Berechnen Sie die Auslenkung in den Endpunkten der Saite, die sogenannten Randdaten $u(0, t)$ und $u(L, t)$.

- b) Zeigen Sie, dass u die Wellengleichung $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ erfüllt.

- c) Versuchen Sie die Form der Saite für $t = 0, \frac{L}{6c}, \frac{L}{4c}, \frac{L}{3c}, \frac{L}{2c}, \frac{L}{c}$ zu skizzieren.

Hinweis: $\sin(a + b) + \sin(a - b) = 2 \sin(a) \cos(b)$.

Abgabetermine: 01.-05.11.21