

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 4, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

- a) Bestimmen Sie eine Näherung für ein lokales Minimum der Funktion

$$f : \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right] \times \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x, y) = 4x^2 + xy + 4y^2 + \sin(x - y),$$

indem Sie ein Minimum $\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}$ des Taylorpolynoms zweiten Grades T_2 von f mit dem Entwicklungspunkt $(0, 0)^T$ berechnen.

Tipp: verwenden Sie die Sinus-Reihe.

- b) Schätzen Sie den Betrag des Restglieds R_2 in dem errechneten Punkt $\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange ab.

Tipp: Sie brauchen keine einzige Ableitung exakt auszurechnen.

- c) Zeigen Sie, dass der minimale Wert von f auf dem oben angegebenen Definitionsbereich nicht kleiner als $-\frac{9}{49}$ sein kann.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die stationären Punkte der folgenden Funktionen und prüfen Sie, ob diese Minima, Maxima oder Sattelpunkte sind:

- a) $f(\mathbf{x}) := \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c$ mit

$$\mathbf{x} := \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2, \quad \mathbf{A} := \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix}, \quad c = 2018,$$

- b) $g(x, y) := x^2 - xy - x + \frac{y^4}{4} + \frac{y^3}{3}$.

Bearbeitungstermine: 29.11–03.12.21