

## Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 6, Präsenzaufgaben

### Aufgabe 1:

a) Gegeben sind der wie folgt beschriebene Körper  $K \subset \mathbb{R}^3$  und das Vektorfeld  $\mathbf{f}$  :

$$K = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x \in [1, 3], 1 - x \leq y \leq 2 + x, x^2 + y^2 - 1 \leq z \leq x^2 + y^2 + 1 \right\},$$

$$\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \mathbf{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} yz + y \\ x(z + 1) + y \\ y(z + 2) + x \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie

$$\int_K \operatorname{div}(\mathbf{f}(x, y, z)) \, d(x, y, z).$$

b) Berechnen Sie das Integral  $\int_D (1 - x^2) d(x, y)$   
über dem Kreisring  $D := \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

**Hinweis:**  $\cos^2 \phi = \frac{1}{2}(\cos(2\phi) + 1)$ .

### Aufgabe 2:

Gegeben sei der Kegel  $K \subset \mathbb{R}^3$ ,  $K = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 0 \leq x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 4 - 4\sqrt{x^2 + y^2} \right\}$ .

Der Kegel habe die Konstante Dichte  $\rho = 2$ .

- Berechnen Sie die Masse des Kegels.
- Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Kegels bezüglich der  $z$ -Achse mittels Integration.
- Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Kegels bezüglich einer zur  $z$ -Achse parallelen Achse  $A$ , die durch den Punkt  $(\frac{3}{2}, 0, 0)^T$  geht.

**Bearbeitungstermine:** 10.01–14.01.22