Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2009/10**
Prof. Dr. I. Gasser
Dr. K. Rothe

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

Man zeige, dass die Differentialgleichung

$$y - \frac{2y^2}{t} + 2yy' = 0$$

einen integrierenden Faktor der Form $m = m(t \cdot y)$ besitzt und bestimme damit dann die allgemeine Lösung.

Aufgabe 6:

Man löse die folgenden Differentialgleichungen:

a) $(1-y)y'' + 2(y')^2 \;=\; 0\,,$ b) $y'' \;=\; y^{-3}\,,$ c) $xy'' \;=\; y' \ln\left(\frac{y'}{x}\right)\,.$

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y' = 2y - 6x + 3\,, \quad y(0) = 1\,.$$

a) Man berechne mit Hilfe des Eulerschen-Polygonzug-Verfahrens mit $h = 0.1$ eine Näherung für $y(0.5)$.

b) Man führe 5 Schritte des Verfahrens der sukzessiven Approximation aus und berechne $y^{[5]}(0.5)$ als Näherung für $y(0.5)$.

c) Man löse die Anfangswertaufgabe und berechne $y(0.5)$.

d) Man gebe von der Potenzreihe von $y(x)$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ den Abschnitt bis zur Ordnung 5 an, vergleiche diesen mit $y^{[0]}(x)$ bis $y^{[5]}(x)$ aus Teil b) und zeichne diese Funktionen im Intervall $[0, 0.5]$.

Aufgabe 8:

a) Man berechne eine Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y'(t) + y(t) + y^{2/3}(t) = 0\ , \quad y(0) = 1\ .$$

b) Man zeige, dass die Lösung im Intervall $[0, 3\ln 2]$ eindeutig bestimmt ist.

c) Man zeige, dass die Lösung im Intervall $[0, b]$ mit $b > 3\ln 2$ nicht mehr eindeutig bestimmt ist und gebe eine zweite Lösung an.

Abgabetermin: 16.11. - 20.11. (zu Beginn der Übung)