

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

Man zeige, dass die Differentialgleichung

$$y + ty^3 + (t + 2t^2y^2)y' = 0$$

einen integrierenden Faktor der Form $m = m(t \cdot y)$ besitzt und bestimme damit dann die allgemeine Lösung (eine implizite Darstellung reicht aus).

Aufgabe 6:

Man löse die folgenden Differentialgleichungen:

$$\text{a) } (1 - y)y'' + 2(y')^2 = 0, \quad \text{b) } y'' = y^{-3}, \quad \text{c) } xy'' = y' \ln\left(\frac{y'}{x}\right).$$

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y' = 2y + 3x, \quad y(0) = 1.$$

- Man berechne mit Hilfe des Eulerschen-Polygonzug-Verfahrens mit $h = 0.1$ eine Näherung für $y(0.5)$.
- Man führe 4 Schritte des Verfahrens der sukzessiven Approximation aus und berechne $y^{[4]}(0.5)$ als Näherung für $y(0.5)$.
- Man löse die Anfangswertaufgabe und berechne $y(0.5)$.
- Man gebe von der Potenzreihe von $y(x)$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ den Abschnitt bis zur Ordnung 4 an, vergleiche diesen mit $y^{[0]}(x)$ bis $y^{[4]}(x)$ aus Teil b) und zeichne diese Funktionen im Intervall $[0, 0.5]$.

Aufgabe 8:

- a) Man berechne eine Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' + 2y + \sqrt{y} = 0, \quad y(0) = \frac{1}{4}.$$

- b) Man zeige, dass die Lösung im Intervall $[0, \ln 2]$ eindeutig bestimmt ist.
- c) Man zeige, dass die Lösung im Intervall $[0, b]$ mit $b > \ln 2$ nicht mehr eindeutig bestimmt ist und gebe eine zweite Lösung an.

Abgabetermin: 14.11. - 18.11. (zu Beginn der Übung)