

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y''' + 7y'' + 14y' + 8y = 0.$$

- Man schreibe die Differentialgleichung als System erster Ordnung ,
- untersuche den Gleichgewichtspunkt des Systems auf Stabilität,
- gebe die allgemeine Lösung des Systems an und
- vergleiche diese mit der, die man erhält, wenn die Differentialgleichung mit den Methoden für eine Einzelgleichung höherer Ordnung gelöst wird.

Aufgabe 18:

Man gebe die Gleichgewichtspunkte der folgenden Differentialgleichungssysteme an, untersuche sie auf Stabilität, bestimme ihren Typ und skizziere das zugehörige Phasenporträt:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \dot{x} &= x + 5y + 7, \\ \dot{y} &= x - 3y - 9, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \dot{x} &= -x - 2y - 6, \\ \dot{y} &= 5x + y - 6. \end{aligned}$$

Aufgabe 19:

Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (x^2 - 9)(y + 4), \\ \dot{y} &= xy^2 - y^2 - 4x + 4. \end{aligned}$$

Man bestimme alle reellen stationären Lösungen (Gleichgewichtspunkte) und untersuche deren Stabilitätsverhalten mit (lokaler) Klassifikation.

Aufgabe 20:

Gegeben sei das folgende Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} y_1' &= -3y_1^5 - 4y_1y_2^2, \\ y_2' &= y_1^2y_2 - 5y_2^3. \end{aligned}$$

- a) Man berechne alle stationären Punkte $\mathbf{y}^* \in \mathbb{R}^2$ des Differentialgleichungssystems.
- b) Man untersuche das Stabilitätsverhalten aller stationären Punkte nach Stabilitätssatz III.
- c) Man untersuche das Stabilitätsverhalten aller stationären Punkte mit Hilfe der Methode von Ljapunov, wobei eine Ljapunov-Funktion V in der Form $V(\mathbf{y}) = ay_1^2 + by_2^2$ gesucht werden soll.

Abgabetermin: 9.01. - 13.01.12 (zu Beginn der Übung)