Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2012/13**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Bitte bewerten Sie die Aussagen unter a) und b). Tragen Sie in die zugehörigen Kästchen die Buchstaben ,,w" (für wahr) oder ,,f" für falsch ein.

a) Die folgende Differentialgleichung ist exakt:

☐ i) $y + y' = 0\,.$

☐ ii) $2t(y^2 - t^2 - 1) + 2yy' = 0\,,$

☐ iii) $\dfrac{1}{xy^2} + \frac{1-2(\ln x + \ln y)}{y^3} y' = 0\,,$

☐ iv) $y\left(\sqrt{x^2+y^2} + y'\right) + x\left(1 + y'\sqrt{x^2+y^2}\right) = 0\,,$

☐ v) $xy^2(x+y)(2x+y) + x^2y(x+y)(x+2y)y' = 0\,,$

b) ☐ Die Differentialgleichung aus a)ii) hat einen integrierenden Faktor der Form $m(t)\,.$

☐ Die Differentialgleichung aus a)iv) hat einen integrierenden Faktor der Form $m(y)\,.$

c) Berechnen Sie Lösungen der Differentialgleichung aus a)ii).

Aufgabe 2:

a) Bestimmen Sie analytisch eine Lösung $y:\ [0,1[\to\mathbb{R}$ der Anfangswertaufgabe

$$y''(t) \;=\; y'(t)\,(y(t)+1), \qquad y(0)=1, \quad y'(0)=2\,\cdot$$

b) Bestimmen Sie alle radialsymmetrischen Lösungen $u = u(r)$, $r = \sqrt{x^2+y^2}$ der folgenden Poissongleichung im $\mathbb{R}^2$

$$\Delta\, u \;=\; 1$$

Hinweis für die Studierenden, die keine Analysis III Vorlesung besuchen: Der Laplace-Operator Δu ist für radialsymmetrische Funktionen im $\mathbb{R}^n$ gegeben durch:
$\Delta\, u(r) \;=\; u''(r) + \frac{n-1}{r} u'(r)\,.$

c) Bestimmen Sie die stationäre und radialsymmetrische Temperaturverteilung in einer homogenen Kreisscheibe mit Innenradius $r_i = 1$, Außenradius $r_a = 2$, Innentemperatur $T_i = 20$ und Außentemperatur $T_a = 15$.

Hinweis: zu lösen ist $\Delta u = 0$ mit den gegebenen Randdaten.

Bearbeitungstermine: 12.11.-16.11.2012