

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 5, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: In einem Zweipopulationenmodell (Räuber–Beute–Modell) bezeichne $x(t)$ die Population der Beutespezies, $y(t)$ die der Räuberspezies zur Zeit t . Das zeitliche Wachstum der Populationen werde durch das folgende Differentialgleichungssystem beschrieben

$$\begin{aligned}x' &= x(4 - \gamma x - y), \\y' &= y(-2 + \gamma x - y).\end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie alle Gleichgewichtspunkte (stationäre Punkte) dieses Systems in Abhängigkeit von γ .

b) Untersuchen Sie für den Fall $\gamma = 1$ jeden Gleichgewichtspunkt auf Stabilität und bestimmen Sie seinen Typ (Knoten, Wirbel, Strudel, etc.).

Aufgabe 2) (Klausur 2011, Prof. Oberle)

a) Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y'' - 2y' + y = \sin(4t) + te^{-t}, \text{ für } t > 0, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

In welche algebraische Gleichung läßt sich die Anfangswertaufgabe durch die Laplace-Transformation überführen?

Bitte belegen Sie Ihre Antwort durch Zwischenrechnungen.

b) Es sei $F(s) = \frac{1}{s(s-1)^2}$ die Laplace-Transformierte der Funktion

$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f : t \mapsto f(t).$$

Bestimmen Sie $f(t)$.

Bearbeitungstermine: 07.01.-09.01.2013