

**Aufgabe 1:**

- a) Man löse die Anfangswertaufgabe  $y' = y^2 + 1$  mit  $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$  durch Trennung der Variablen (Separation).
- b) Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{y} + \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Man berechne

- (i) die allgemeine Lösung des homogenen Systems,
- (ii) die allgemeine Lösung des inhomogenen Systems und
- (iii) die Lösung der Anfangswertaufgabe.

**Aufgabe 2:**

- a) Man bestimme alle stationären Lösungen (Gleichgewichtspunkte) des folgenden Differentialgleichungssystems und untersuche deren Stabilitätsverhalten mit (lokaler) Klassifikation

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x^2 - 1 \\ \dot{y} &= 2xy + x - 3y. \end{aligned}$$

- b) Man berechne die allgemeine reelle Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 36y = 0$$

und berechne damit alle Lösungen der zugehörigen Randwertaufgabe mit  $y(0) = 2$  und  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$ .