**Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg** **WiSe 2014/15**
Prof. Dr. I. Gasser,
Dr. H. P. Kiani

# Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 1, Hausaufgaben

**Aufgabe1:**

a) Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'(x) \;=\; f(\alpha x + \beta y(x) + \gamma)$$

mit $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ und $\alpha + \beta f(\alpha x + \beta y(x) + \gamma) \neq 0$.
Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung mit Hilfe der Substitution

$$u(x) := \alpha x + \beta y(x) + \gamma$$

auf eine separierbare Differentialgleichung transformiert werden kann.

b) (Klausur 2008) Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' \;=\; \exp(x - 2y) + 0.5, \qquad y(0) \;=\; 0\,.$$

c) Überprüfen Sie Ihre Lösung aus Teil b) durch Einsetzen in die Differentialgleichung.

**Aufgabe 2)**
Die Geschwindigkeit, mit der ein fester Stoff $S$ in einem Lösungsmittel aufgelöst wird, ist proportional zu der noch unaufgelösten Menge von $S$ und zu der Differenz zwischen Sättigungskonzentration und momentaner Konzentration des schon aufgelösten Stoffes. Es seien

$V :=$ Volumen, $K :=$ Sättigungskonzentration,
$K_0 :=$ Anfangskonzentration, $S(t) :=$ unaufgelöste Menge des Stoffes S zum Zeitpunkt $t$,
$S_0 := S(0) =$ unaufgelöste Menge des Stoffes S zum Zeitpunkt Null (Anfangswert),
$K_0 + \dfrac{S_0 - S(t)}{V} :=$ Konzentration des Stoffes S zum Zeitpunkt $t$,
$\gamma :=$ Proportionalitätskonstante.

a) Beschreiben Sie den Auflösungsprozess durch eine Differentialgleichung.

b) Mit den Daten

$S_0 = 10$ kg, $V = 100$ l, $K = 0.25\,\text{kg/l}$, $K_0 = 0\,\text{kg/l}$, $\gamma = 4\,\text{l}/(\text{kg}\cdot\text{s})$.

ergibt sich die Anfangswertaufgabe

$$S'(t) = -4S(t)\left(0.25 - \frac{10 - S(t)}{100}\right) = -\frac{1}{25}S(t)(15 + S(t))\,, \qquad S(0) \;=\; 10\,.$$

Lösen Sie diese Anfangswertaufgabe indem Sie die Differentialgleichung

(i) als Bernoullische Differentialgleichung behandeln,

(ii) direkt, als separierbare Differentialgleichung lösen.

c) Lösen Sie die Aufgabe mit Hilfe des Matlab–Befehls ode45 numerisch. Informieren Sie sich mit Hilfe des Befehls

```
>> help ode45
```

Vergleichen Sie graphisch Ihre exakte Lösung mit der von Matlab gelieferten Lösung.

**Abgabetermine:** 27.-31.10.2014 bzw. 10.-14.11.2014