

# Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 5, Hausaufgaben

### Aufgabe 1:

- a) Die Van-der-Pol-Gleichung

$$x'' - \epsilon(1 - x^2)x' + x = 0 \quad \epsilon \in \mathbb{R}^+$$

beschreibt das Verhalten eines Van-der-Pol-Oszillators. Es handelt sich um einen Oszillator mit nichtlinearer Dämpfung und Selbsterregung. Für kleine Auslenkungen  $x$  ist die Dämpfung negativ, und für große Auslenkungen ist die Dämpfung positiv. Es gibt keine geschlossene Lösung. Untersuchen Sie die Gleichgewichtslösung  $x = 0$  auf Stabilität.

- b) (Klausur 06/07, Oberle/Kiani) Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$y_1' = y_1^2 y_2 + y_2^3 - 2y_1 y_2^2$$

$$y_2' = -y_1^3 - y_1 y_2^2.$$

Untersuchen Sie den Gleichgewichtspunkt  $y_1^* = y_2^* = 0$  des Systems auf Stabilität. Verwenden Sie gegebenenfalls eine Funktion der Form

$$V(y_1, y_2) = ay_1^2 + by_2^2.$$

### Aufgabe 2:

Es sei  $\delta(t)$  die Diracsche Delta Distribution und  $h_a(t)$  die verschobene Heavyside-Funktion:

$$h_a(t) = \begin{cases} 1 & t \geq a, \\ 0 & t < a. \end{cases}$$

Lösen Sie die folgenden Anfangswertaufgaben mit Hilfe der Laplace Transformation.

a)  $y'' + y = e^{-t} \sin(2t), \quad y(0) = \alpha, y'(0) = \beta.$

b)  $y'' + 9y = h_1(t) - h_2(t), \quad y(0) = y'(0) = 0.$

c)  $y'' + \frac{\pi^2}{4} y = \frac{\pi}{2} [\delta(t-1) - \delta(t-3)], \quad y(0) = 0, y'(0) = 0.$

Skizzieren Sie die Lösung aus Teil c).