Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2016/17**
Prof. Dr. M. Hinze
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Geben Sie für die folgenden Differentialgleichungen jeweils eine Substitution $u = \Psi(y)$ an, die die Differentialgleichung in eine separierbare oder lineare Differentialgleichung für u überführt. Wie lautet dann jeweils die Differentialgleichung für u?

$$\textbf{i)}\ y - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}y' = 0\,, \qquad \textbf{ii)}\ y' = 2x(2x^2y^2 - 1)y\,.$$

b) Bestimmen Sie eine/die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y + \frac{e^t}{y^2} + 3ty' = 0, \qquad y(2) = \left(\frac{-e^2}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{für } t \geq 2\,.$$

Aufgabe 2)

Folgende Gleichung modelliert den freien Fall eines Massepunktes mit hoher Anfangsgeschwindigkeit, Beschleunigung durch eine konstante Kraft sowie eine der Geschwindigkeit entgegen wirkende Reibungskraft, die betragsmäßig quadratisch mit der Geschwindigkeit wächst. Dabei bezeichnet $v(t)$ die Geschwindigkeit des Teilchens zum Zeitpunkt t.

$\dot{v}(t) = \alpha - \beta v^2(t), \forall t \geq t_0, \qquad v(t_0) = v_0\,,\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$ konstant.

a) Bestimmen Sie die spezielle Lösung v_p, die man für die Beschleunigung Null erhält.

b) Zeigen Sie, dass man die Differentialgleichung mit Hilfe von v_p aus Teil a) wie folgt schreiben kann.

$$v' = \beta(v_p - v)(v_p + v)\,.$$

c) Lösen Sie die separierbare Differentialgleichung aus Teil b) mit $\alpha = 10$ und $\beta = 0.004$.

Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 wird natürlich als Parameter in der Lösung auftauchen.

Tipp: Partialbruchzerlegung.

Abgabetermine: 14.11.-18.11.2016 bzw. 28.11-2.12